

Учреждение образования
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра машин и аппаратов химических и силикатных
производств

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

**Программа, методические указания и контрольные задания
для студентов заочной формы обучения специальности
1-36 07 01 «Машины и аппараты химических производств
и предприятий строительных материалов»**

Минск 2007

УДК 66.011: 004.421.2 (075.8)

ББК 35: 32.97я73

М 74

Рассмотрены и рекомендованы к изданию редакционно-издательским советом университета

Составители:

ассистент *В. С. Францкевич*,

доцент, кандидат технических наук *П. Е. Вайтехович*

Рецензент

доцент кафедры высшей математики БГТУ, кандидат технических наук *А. М. Волк*

По тематическому плану изданий учебно-методической литературы университета на 2007 год. Поз. 153.

Для студентов заочной формы обучения специальности 1-36 07 01 «Машины и аппараты химических производств и предприятий строительных материалов».

© УО «Белорусский государственный
технологический университет», 2007

ПРЕДИСЛОВИЕ

Широкое применение современных средств вычислительной техники для решения различных технологических задач и задач управления производственными процессами требует от инженера любого профиля соответствующего образования и умения на должном уровне применять ЭВМ и проводить оценку целесообразности использования компьютеров.

Дисциплина «Моделирование и оптимизация технологических процессов и оборудования» входит в блок специальных дисциплин. Основной целью ее изучения является приобретение студентами знаний и навыков по моделированию и оптимизации технологических процессов и технических объектов для их осуществления. Основная задача заключается в изучении студентами современных методов физического и математического моделирования технологических процессов, освоении методов оптимизации конструктивных и технологических параметров оборудования и компьютерных технологий для их реализации.

При изучении дисциплины студенты должны научиться на практике использовать методы моделирования и оптимизации при проектировании оборудования и управлении технологическими процессами.

Научно-методической основой моделирования и оптимизации технологических процессов служат кибернетика и информационные технологии. Действительно эффективное использование дорогостоящей техники возможно лишь на базе корректного, адекватного моделирования и дальнейшей оптимизации технологических процессов. Предметом исследования изучаемой отрасли знаний являются технологические процессы и оборудование, методом исследования – математическое моделирование, стратегией исследования – системный анализ, средством исследования – вычислительная техника.

В данной работе содержатся программа дисциплины, методические указания к выполнению контрольной работы, примеры решения задач. Кроме того, излагаются требования к оформлению контрольной работы и приводится перечень рекомендуемой литературы.

1. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

В соответствии с графиком учебного процесса, дисциплина «Моделирование и оптимизация технологических процессов и оборудования» изучается студентами заочного факультета на VI курсе. В процессе изучения они выполняют одну контрольную работу в 11-м семестре. Учебными планами предусмотрено 8 часов лекций и 6 часов лабораторных занятий. Завершается курс зачетом.

Целью данных методических указаний является оказание помощи студентам в усвоении дисциплины.

Эффективное изучение данной дисциплины подразумевает усвоение студентами некоторых общеобразовательных и специальных дисциплин, таких как высшая математика (дифференциальное и интегральное исчисление); вычислительная математика, программирование и расчеты на ЭВМ (математический пакет MathCad); общая химическая технология (модели и расчет химических реакторов); процессы и аппараты химической технологии (гидромеханические, тепло- и массообменные процессы и аппараты).

Контрольная работа дает возможность проверить усвоение студентами материала курса в процессе его изучения.

При выполнении заданий студенту прививаются навыки корректной постановки технологических задач для решения на ЭВМ, реализации вычислительных алгоритмов и получение физически обоснованных результатов расчета. В итоге студент получает навыки по моделированию и оптимизации технологических процессов.

К зачету допускаются студенты, выполнившие и защитившие контрольную работу.

2. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Моделирование технологических процессов и оборудования

2.1.1. Введение в моделирование

История развития, состояние и задачи моделирования химико-технологических процессов. Основные понятия и принципы моделирования. Физическое и математическое моделирование. Этапы моделирования. Моделирование как основа оптимизации технологических процессов.

2.1.2. Физическое моделирование

Подобные явления, геометрическое и физическое подобие. Теория подобия как аппарат моделирования. Критерии подобия, критериальные уравнения. Метод анализа размерностей. Метод аналогии. Использование физического моделирования для исследования объектов и масштабного перехода от моделей к промышленным аппаратам.

2.1.3. Математическое моделирование

Особенности использования математического моделирования в исследовании технологических процессов. Типы математических моделей, аналитические и экспериментально-статистические модели. Составление и алгоритмизация математических моделей. Адекватность математических моделей. Структура потоков в аппаратах как основа для составления математических моделей. Модели структуры потоков.

Типы дифференциальных уравнений, используемые для описания технологических процессов, методы их составления и решения.

Методы регрессионного и корреляционного анализа. Виды регрессий, уравнения регрессий. Критерии значимости коэффициентов уравнений регрессии, коэффициенты корреляции. Переход от уравнений регрессии к натуральному масштабу.

2.1.4. Моделирование типовых технологических процессов и оборудования

Механические процессы. Модели кинетики измельчения и механической классификации. Модель распределения продуктов измельчения по размерам, уравнение кривой распределения. Дифференциальные уравнения движения измельчающих тел и материала в помольных агрегатах.

Гидромеханические процессы. Моделирование процессов перемешивания, осаждения, фильтрования, центрифугирования. Двухфазные течения и их моделирование. Моделирование движения твердых частиц в осевом и закрученном потоках.

Тепломассообменные процессы. Математические модели процессов переноса, учет гидродинамики потоков. Моделирование теплообменных аппаратов. Модели и алгоритмы расчета массообменных аппаратов.

Реакторы. Модели реакторов идеального вытеснения и идеального смешения. Модель каскада реакторов. Эффективность реакторов.

2.2. Оптимизация технологических процессов и оборудования

2.2.1. Общая постановка задач оптимизации

Формулировка задачи оптимизации. Критерии оптимизации. Оптимизационные факторы и ограничения. Целевая функция. Характеристика методов оптимизации.

2.2.2. Методы исследования функций классического анализа

Экстремум функции одной переменной, глобальный и локальный экстремум. Экстремумы функций многих переменных. Примеры использования аналитических методов для оптимизации процессов и аппаратов.

2.2.3. Линейное программирование

Постановка задачи линейного программирования, ее графическое отображение. Преобразование ограничений. Ограничения типа

равенств и неравенств. Симплексный метод решения задач линейного программирования, алгоритм симплексного метода.

2.2.4. Нелинейное программирование

Основные понятия. Целевая функция. Геометрическая интерпретация целевой функции и ограничений. Градиентные методы. Метод релаксации, градиента, наискорейшего спуска. Оптимум при известном аналитическом выражении градиента. Безградиентные методы. Метод локализации экстремума функции одной переменной. Оптимизация с использованием чисел Фибоначчи, метод «золотого сечения». Методы сканирования и последовательного изменения переменных. Метод случайных направлений. Сравнение различных методов.

2.2.5. Экспериментально-статистическая оптимизация

Планирование экспериментов. Полный факторный эксперимент, дробные реплики. Оптимизация методом крутого восхождения по поверхности отклика. Исследование поверхности отклика. Симплексный метод планирования эксперимента.

2.2.6. Динамическое программирование

Многостадийные процессы. Принцип оптимальности. Комбинаторные модели, решение комбинаторных задач. Математическая формулировка принципа оптимальности для дискретных процессов. Вычислительные аспекты динамического программирования. Оптимальное распределение реакционных объемов в каскаде реакторов.

3. УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

3.1. Содержание контрольной работы

В процессе изучения курса студенты заочного факультета VI курса специальности 1-36 07 01 «Машины и аппараты химических производств и предприятий строительных материалов» выполняют контрольную работу, которая состоит из двух вопросов и одной задачи.

Каждый студент выполняет вариант задания контрольной работы в соответствии с номером зачетной книжки. Номер варианта теоретических вопросов выбирается по предпоследней цифре: нечетная цифра – первый вариант, четная – второй. Номера вопросов определяются по последней цифре номера зачетной книжки. Например, если номер зачетной книжки 99-15152, то вариант теоретических вопросов – первый, а номера вопросов – 2, 12. Номер задачи определяется по предпоследней цифре: нечетная цифра – задача № 1, четная – задача № 2. Номер варианта для задачи выбирается по последней цифре номера зачетной книжки. Например, если номер зачетной книжки 99-15152, то решается задача № 1 по 2 варианту.

Контрольная работа выполняется на отдельных листах белой бумаги формата А4, скрепленных скоросшивателем, с необходимой надписью на обложке. Теоретические вопросы оформляются при помощи текстового редактора Word, а задача решается с использованием математического пакета MathCad.

Ответы на вопросы должны быть исчерпывающими и точными. Не требуется дословно переписывать текст из используемой литературы. Текстовый материал контрольной работы должен сопровождаться эскизами, схемами и рисунками, поясняющими излагаемый материал. Все иллюстрации нумеруются по тексту арабскими цифрами. Ссылки на используемый литературный источник проставляются в тексте в квадратных скобках, например [1]. В контрольной работе должен присутствовать как распечатанный, так и электронный вариант (дискета 3,5", CD-R) задачи.

3.2. Теоретические вопросы к контрольной работе

ВАРИАНТ № 1

1. Физическое моделирование. Теория подобия [1, 2, 4, 11].
2. Метод аналогий [1, 6].
3. Адекватность математических моделей [2, 3].
4. Метод наименьших квадратов [4, 6].
5. Алгебраические модели. Движение измельчающих тел в барабанной мельнице [7].
6. Форма поверхности жидкости в сепарирующей центрифуге [4].
7. Дифференциальные модели. Кинетика измельчения [4, 7].
8. Модели процесса фильтрования [4].
9. Моделирование теплообменных процессов [3].
10. Модель реактора идеального вытеснения [2].
11. Формулировка задачи оптимизации. Целевая функция [6, 9, 11].
12. Оптимальный объем емкости в виде параллелепипеда и конуса [5].
13. Оптимизация теплообменных аппаратов [5, 11].
14. Постановка задачи линейного программирования [4, 5, 11].
15. Оптимальная организация производства продукции [5].
16. Метод релаксаций [5, 9].
17. Безградиентные методы одной переменной [5, 11].
18. Метод поиска с использованием чисел Фибоначчи [5, 11].
19. Метод сканирования [5, 9].
20. Экспериментально-статистическая оптимизация. Полный факторный эксперимент [2, 6, 10].

ВАРИАНТ № 2

1. Метод анализа размерностей [1, 4, 11].
2. Составление и алгоритмизация математических моделей [2, 10].
3. Составление математических моделей экспериментально-статистическими методами [2, 6].
4. Корреляция в химической технике [2, 4, 6, 10].
5. Интегральные модели. Истечение жидкости из сосуда [4].
6. Кинетика процесса сушки [1, 4].
7. Модели гидромеханических процессов. Осаждение частиц. [3, 4]

8. Движение частиц в газе и жидкости [3].
9. Моделирование массообменных процессов [3].
10. Модель реактора идеального смешения [2, 10].
11. Методы исследования функций классического анализа. Экстремум функций [5, 11].
12. Минимальный расход материала на изготовление аппарата [4].
13. Определение оптимального числа ступеней в ступенчатом реакторе [5, 10].
14. Симплекс-метод решения задач линейного программирования [5, 11].
15. Градиентные методы оптимизации. Метод градиента [5, 9, 11].
16. Метод наискорейшего спуска [5, 9, 11].
17. Метод золотого сечения [5].
18. Безградиентные методы n -переменных. Метод поочередного изменения переменных [5].
19. Методы случайного поиска [5, 9].
20. Дробный факторный эксперимент [2, 6, 10].

3.3. Задачи к контрольной работе

Задача № 1. Моделирование движения частицы по вращающемуся диску

По плоскому стальному диску диаметра D , вращающемуся с постоянной частотой n , движется несферическая частица. Составить модель движения материала по диску и полную скорость движения частицы по диску, если ее начальная радиальная скорость равна V_{0r} , а начальный радиус положения на диске r_0 . При расчете учесть, что движение предполагается установившимся, без перекатывания частиц; коэффициенты трения скольжения меньше коэффициентов трения покоя и считаются постоянными, то есть не зависящими от скорости. Коэффициент трения скольжения частицы по диску принять равным 0,3.

Построить графические зависимости:

- а) изменения составляющих полной скорости от времени;
- б) изменение полной скорости частицы от времени;

Определить угол отрыва частицы с диска.

Таблица 1

Исходные данные к задаче № 1

№ варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D , м	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1
n , об/мин	100	110	120	130	140	150	160	170	90	95
V_{0r} , м/с	0,7	0,75	0,85	0,7	0,75	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9
r_0 , м	0,03	0,035	0,04	0,045	0,05	0,055	0,06	0,065	0,7	0,75

Пример составления модели:

Для описания движения твердых частиц по вращающемуся диску пригодно уравнение динамики несвободной материальной точки:

$$m\bar{a} = \sum \bar{F}_i + \bar{N}, \quad (1)$$

где m – масса частицы, кг;

a – абсолютное ускорение частицы, м/с²;

F_i – активные силы, действующие на частицу, Н;

N – нормальная реакция, Н.

В качестве активных сил здесь выступают сила тяжести

$$G = mg \quad (2)$$

и сила трения

$$F_{\text{тр}} = fN = fmg, \quad (3)$$

где f – коэффициент трения скольжения частицы по диску.

Поскольку движение рассматривается в плоскости диска, то перпендикулярные к ней сила тяжести и нормальная реакция не оказывают влияния на характер движения. Тогда для абсолютного движения вдоль плоскости тарелки уравнение (1) примет вид:

$$m\bar{a} = \bar{F}_{\text{тр}}. \quad (4)$$

Движение частицы по диску рассмотрим как сложное, состоящее из переносного и относительного. За определяющий параметр примем полную скорость движения частицы по диску V . В системе координат Oyr (рис. 1) переносное движение – это поворот системы координат на угол φ со скоростью V_φ , а относительное – движение частицы вдоль оси r со скоростью V_r .

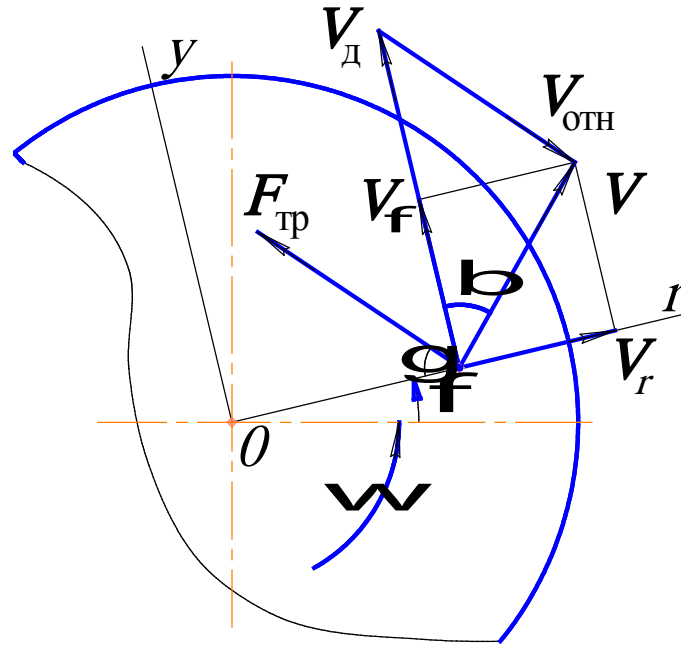


Рис. 1. Расчетная схема движения частицы по вращающемуся диску

Абсолютное ускорение частицы в векторной форме определяется по формуле:

$$\bar{a} = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_r + \bar{a}_c, \quad (5)$$

где a_e^n – переносное нормальное ускорение, м/с^2 ;
 a_e^τ – переносное касательное ускорение, м/с^2 ;
 a_r – относительное ускорение, м/с^2 ;
 a_c – кориолисово ускорение, м/с^2 .

С учетом выражения для ускорения (5), уравнение движения (4) в проекциях на оси координат r и y примет вид:

$$\begin{cases} m(a_r - a_e^n) = -F_{\text{тр}} \cos \gamma, \\ m(a_e^\tau - a_c) = F_{\text{тр}} \sin \gamma, \end{cases} \quad (6)$$

где γ – угол между вектором силы трения и осью r .

Направление вектора силы трения совпадает с вектором разности скоростей движения точки диска и частицы $\bar{V}_{\text{отн}}$:

$$\bar{V}_{\text{отн}} = \bar{V}_d - \bar{V}, \quad (7)$$

где V – вектор полной скорости частицы, м/с;

V_d – вектор скорости точки диска, совпадающей с частицей, м/с.

$$V_d = \omega r, \quad (8)$$

где ω – угловая скорость диска, рад/с;

r – текущий радиус, м.

Тригонометрические функции угла γ определяются из расчетной схемы (рис. 1) по формулам:

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= \frac{V_d - V_\phi}{|\bar{V}_d - \bar{V}|} = \frac{\omega r - r \frac{d\phi}{dt}}{\sqrt{\left(\omega r - r \frac{d\phi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr}{dt}\right)^2}}, \\ \sin \gamma &= \frac{V_r}{|\bar{V}_d - \bar{V}|} = \frac{\frac{dr}{dt}}{\sqrt{\left(\omega r - r \frac{d\phi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr}{dt}\right)^2}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Ускорения, входящие в уравнение (6), определяются по формулам:

$$a_e^n = r \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2, \quad a_e^\tau = r \frac{d^2\phi}{dt^2}, \quad a_c = 2 \frac{d\phi}{dt} \frac{dr}{dt}. \quad (10)$$

С учетом вышеизложенного уравнения движения (6) преобразуются к виду:

$$\left\{ \begin{array}{l} m \left(\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right) = -fmg \frac{\omega r - r \frac{d\varphi}{dt}}{\sqrt{\left(\omega r - r \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dr}{dt} \right)^2}}, \\ m \left(r \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + 2 \frac{d\varphi}{dt} \frac{dr}{dt} \right) = fmg \frac{\frac{dr}{dt}}{\sqrt{\left(\omega r - r \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dr}{dt} \right)^2}}. \end{array} \right. \quad (11)$$

После сокращения на массу и переноса всех производных первого порядка в правую часть получаем систему уравнений (12) движения частицы по вращающемуся диску:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 r}{dt^2} = r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 - fg \frac{\omega r - r \frac{d\varphi}{dt}}{\sqrt{\left(\omega r - r \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dr}{dt} \right)^2}}, \\ \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{2}{r} \frac{d\varphi}{dt} \frac{dr}{dt} + \frac{fg}{r} \frac{\frac{dr}{dt}}{\sqrt{\left(\omega r - r \frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dr}{dt} \right)^2}}. \end{array} \right. \quad (12)$$

Полученную систему решаем при помощи математического пакета *MathCad*, определяем составляющие полной скорости V_r и V_φ движения частицы по диску, строим необходимые графические зависимости.

По найденным составляющим определяем полную скорость частицы движения по диску по формуле (13) и строим графическую зависимость ее изменения от времени.

$$V = \sqrt{V_r^2 + V_\varphi^2}. \quad (13)$$

В заключение определяем угол отрыва частицы с диска, исходя из расчетной схемы (рис. 1):

$$\cos \beta = \frac{V_{\varphi}}{V}. \quad (14)$$

Решение:

Открыв новый документ MathCad, в соответствии со своим вариантом задайте исходные данные и начальные условия для расчета:

$\varphi_0 = 0$, $r_0 = 0,025$ м, $V_{0r} = 0,7$ м/с, $V_{0\varphi} = 0$, $n = 100$ об/мин,
 $r = D/2 = 0,12$ м.

Пример решения задачи в пакете MathCad приведен в приложении 1.

Задача № 2. Моделирование движения частицы в закрученном потоке газа

Сферическая частица материала диаметром d влетает с радиальной скоростью V_r в центр вертикальной трубы диаметром D . В трубе со среднерасходной скоростью W движется закрученный воздушный поток со степенью закрутки K . Составить математическую модель движения частицы в закрученном потоке газа, определить с какой скоростью подлетит частица к стенке трубы, и на какой высоте произойдет соприкосновение со стенкой.

Построить графические зависимости:

- а) изменения радиальной, тангенциальной и осевой составляющих скорости частицы во времени;
- б) полной скорости частицы от ее места нахождения.

При расчетах принять плотность и вязкость воздуха, плотность частицы соответственно: $\rho_1 = 1,29$ кг/м³; $\nu = 1,5 \cdot 10^{-5}$ Па·с;
 $\rho_2 = 2000$ кг/м³.

Таблица 2

Исходные данные к задаче № 2

№ варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
D , мм	300	360	400	440	480	520	560	600	640	680
d , мкм	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
V_r , м/с	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3
W , м	10	12	15	18	20	22	25	28	30	32
γ , градус	40	45	50	40	45	50	40	45	50	40

Пример составления модели:

При попадании частицы материала в закрученный газовый поток на нее действует комплекс внешних сил. В первую очередь, это сила аэродинамического сопротивления воздуха F_B , сила тяжести G (рис. 2), сила Магнуса, подъемная сила, сила Архимеда. Кроме вышеперечисленных сил определенное влияние оказывают также электростатические силы, силы термо- и фотофореза, силы молекулярного взаимодействия.

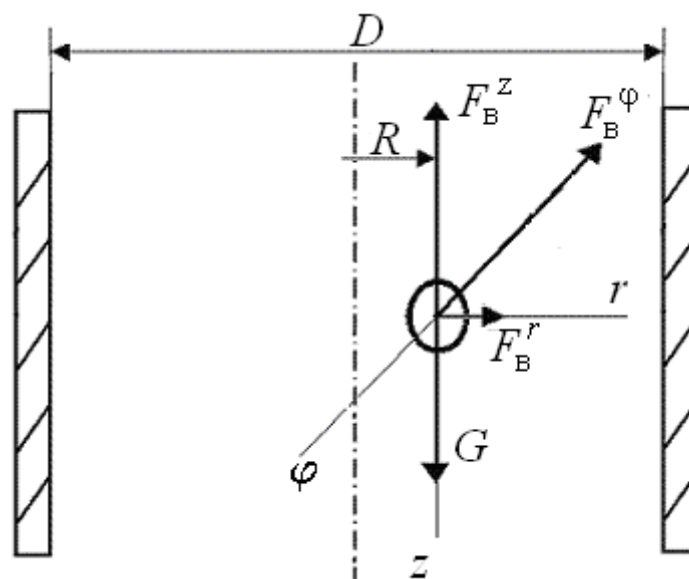


Рис. 2. Расчетная схема

В настоящее время общепринято при рассмотрении движения частицы материала в воздушном потоке использовать ряд известных допущений. В виду того, что диаметр частиц материала достаточно

мал и плотность воздуха значительно меньше плотности материала, то силой Архимеда можно пренебречь. Сила Магнуса и подъемная сила, обусловленные вращением частицы материала при ее движении в воздушном потоке, могут быть определены, если в свою очередь известны величина и направление угловой скорости вращения частицы. Согласно исследованиям, для частиц материала диаметром 10^{-5} - 10^{-2} м, сила Магнуса и подъемная сила на несколько порядков меньше силы аэродинамического сопротивления воздуха. Поэтому в нашем случае данными силами можно пренебречь. Силу термофореза, возникающую из-за наличия градиента температуры воздуха; силу фотофореза, вызываемую неоднородностью излучения; электростатическую силу; силу турбулентного массопереноса и силу молекулярного взаимодействия наиболее целесообразно учитывать для движущихся в воздушном потоке частиц материала диаметром менее 10^{-6} м.

Дополнительные силы, характерные для нестационарного движения частицы (сила Бассе, сила эквивалентная воздействию присоединенной массы и др.), существенны в том случае, если плотность несущей среды сравнима с плотностью взвеси или больше ее. Для системы «газ - твердая взвесь» этими силами также можно пренебречь.

Таким образом, активными силами, которые оказывают существенное влияние на характер движения, остаются сила тяжести G и сила аэродинамического воздействия F_B .

В общем виде уравнение движения частицы материала в закрученном воздушном потоке может быть представлено следующим образом:

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = \sum_{i=1}^k \bar{F}_i, \quad (15)$$

где V – скорость движения частицы в закрученном потоке, м/с;

t – время движения частицы, с;

k – количество внешних сил действующих на частицу материала при ее движении, шт;

F_i - активные силы, Н.

Основное влияние на движение частицы материала в закрученном потоке оказывает сила аэродинамического воздействия воздуха, которая в данном случае определяется по следующей формуле:

$$\bar{F}_B = \frac{1}{2} k_\phi c \rho_B S |\bar{W}_i - \bar{V}| (\bar{W}_i - \bar{V}) = \frac{1}{8} k_\phi c \rho_B \pi d^2 |\bar{W}_i - \bar{V}| (\bar{W}_i - \bar{V}), \quad (16)$$

где W_i – скорость воздушного потока в данной точке аппарата, м/с;

c – коэффициент аэродинамического сопротивления;

ρ_B – плотность воздуха, кг/м³;

S – площадь поперечного сечения частицы, м²;

d – диаметр частицы, м;

k_ϕ – коэффициент формы частицы.

Модуль разности скоростей воздушного потока и частицы (относительная скорость) можно представить в виде:

$$W_{\text{отн}} = |\bar{W}_i - \bar{V}| = \sqrt{(W_r - V_r)^2 + (W_\phi - V_\phi)^2 + (W_z - V_z)^2}. \quad (17)$$

Коэффициент аэродинамического сопротивления зависит от формы частицы, что обычно учитывается коэффициентом формы, и главным образом от числа Рейнольдса, и его можно определить по известной формуле Клячко:

$$c = \frac{24}{\text{Re}} (1 + 0,17 \text{Re}^{2/3}). \quad (18)$$

Критерий Рейнольдса (Re) в данном случае определяется как

$$\text{Re} = \frac{d |\bar{W}_i - \bar{V}|}{\nu}, \quad (19)$$

где ν – вязкость воздуха, Па·с.

Движение закрученного газового потока носит сложный пространственный характер. Твердые частицы, попавшие в такой поток, увлекаются газом и начинают двигаться по спиралеобразным траекториям. Движение по таким траекториям обычно рассматривается в цилиндрической системе координат. Центр системы координат удобно

совместить с центром трубы. Текущими координатами в этом случае будут r , φ , z . Полная скорость движения частиц в этом случае будет характеризоваться тремя составляющими: V_r , V_φ , V_z .

Поскольку движение твердых частиц в закрученном потоке также имеет сложный характер, то его необходимо представить в подвижной системе координат как сложное, состоящее из переносного и относительного. Переносным обычно считается поворот системы координат вокруг вертикальной оси. Абсолютное ускорение при переносном вращательном движении будет складываться из относительного, переносного и кориолисова.

Тогда в проекциях на оси цилиндрической системы координат уравнения движения твердой частицы в закрученном потоке примут вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} m \left(\frac{dV_r}{dt} - \frac{V_\varphi^2}{R} \right) = F_B^r, \\ m \left(\frac{dV_\varphi}{dt} + \frac{2V_r V_\varphi}{R} \right) = F_B^\varphi, \\ m \frac{dV_z}{dt} = F_B^z - G, \\ \frac{dR}{dt} = V_r, \\ \frac{d\varphi}{dt} R = V_\varphi, \\ \frac{dz}{dt} = V_z. \end{array} \right. \quad (20)$$

Подставляя в систему дифференциальных уравнений (20) выражения (16)–(19) и выполняя соответствующие преобразования, окончательно получаем:

$$\begin{cases}
\frac{dV_r}{dt} = 18 \frac{k_\phi}{d^2} \frac{\rho_B}{\rho_M} (W_r - V_r) \left(1 + 0,17 \left(\frac{dW_{OTH}}{v} \right)^{\frac{2}{3}} \right) v + \frac{V_\phi^2}{R}, \\
\frac{dV_\phi}{dt} = 18 \frac{k_\phi}{d^2} \frac{\rho_B}{\rho_M} (W_\phi - V_\phi) \left(1 + 0,17 \left(\frac{dW_{OTH}}{v} \right)^{\frac{2}{3}} \right) v - \frac{2V_r V_\phi}{R}, \\
\frac{dV_z}{dt} = 18 \frac{k_\phi}{d^2} \frac{\rho_B}{\rho_M} (W_z - V_z) \left(1 + 0,17 \left(\frac{dW_{OTH}}{v} \right)^{\frac{2}{3}} \right) v - g, \\
W_{OTH} = \sqrt{(W_r - V_r)^2 + (W_\phi - V_\phi)^2 + (W_z - V_z)^2}, \\
\frac{dR}{dt} = V_r, \\
\frac{d\phi}{dt} = \frac{V_\phi}{R}, \\
\frac{dz}{dt} = V_z.
\end{cases} \quad (21)$$

где V_r, V_ϕ, V_z – составляющие полной скорости движения частицы материала в закрученном потоке, м/с;

W_r, W_ϕ, W_z – составляющие полной скорости движения воздушного потока в трубе, м/с;

R – текущий радиус движения частицы материала и воздушного потока, м.

Чтобы найти конкретное численное решение системы дифференциальных уравнений (21), необходимо кроме начальных условий знать скорости воздушного потока W_r, W_ϕ и W_z . В процессе расчета принимаем ряд допущений:

осевая скорость газа W_z в трубе принимается равной среднерасходной скорости W ;

$$W_r = 0.$$

Составляющая скорости газа по осиф рассчитывается по формуле:

$$W_{\varphi} = W_z \operatorname{tg} \gamma, \quad (22)$$

где γ – угол закрутки потока газа.

Угол закрутки в свою очередь – это угол между векторами тангенциальной составляющей и полной скорости воздушного потока. Он характеризует интенсивность закрутки потока.

Таким образом, решая систему дифференциальных уравнений (21) при помощи математического пакета *MathCad*, получаем численные значения координат, а также составляющие полной скорости движения одиночной частицы в закрученном воздушном потоке.

По величине отдельных составляющих рассчитываем значение полной скорости частицы при соприкосновении со стенкой трубы:

$$V = \sqrt{V_r^2 + V_{\tau}^2 + V_z^2}. \quad (23)$$

Решение:

Открыв новый документ MathCad, задайте исходные данные:
 $V_r = 0,9 \text{ м/с}$; $V_{\varphi} = 0 \text{ м/с}$; $V_z = 0$; $W_z = 25 \text{ м/с}$; $d = 100 \text{ мкм}$; $k_{\phi} = 1,0$; $r_0 = 0,01 \text{ м}$;
 $\rho_1 = 1,29 \text{ кг/м}^3$; $\rho_2 = 2000 \text{ кг/м}^3$; $\nu = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$, $R = D/2 = 0,3 \text{ м}$.

Пример решения задачи в пакете MathCad приведен в приложении 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Касаткин, А. Г. Основные процессы и аппараты химической технологии / А. Г. Касаткин. – М.: Химия, 1971. – 784 с.
2. Кафаров, В. В. Методы кибернетики в химии и химической технологии / В. В. Кафаров. – М.: Химия, 1976. – 464 с.
3. Кафаров, В. В. Математическое моделирование основных процессов химических производств / В. В. Кафаров, М. В. Глебов. – М.: Высш. шк., 1991. – 400 с.
4. Батунер, Л. М. Математические методы в химической технике / Л. М. Батунер, М. Е. Позин. – Л.: Химия, 1968. – 824 с.
5. Бояринов, А. И. Методы оптимизации в химической технологии / А. И. Батунер, В. В. Кафаров. – М.: Химия, 1975. – 576 с.
6. Закгейм, А. Ю. Введение в моделирование химико-технологических процессов / А. Ю. Закгейм. – М.: Химия, 1982. – 288 с.
7. Сиденко, П. М. Измельчение в химической промышленности / П. М. Сиденко. – М.: Химия, 1977. – 368 с.
8. Поршневу, С. В. Компьютерное моделирование физических процессов с использованием пакета MathCAD / С. В. Поршневу. – М.: Новая планета, 2002. – 252 с.
9. Колесников, В. Л. Математические основы компьютерного моделирования химико-технологических систем: учеб. пособие / В. Л. Колесников. – Минск: БГТУ, 2003. – 312 с.
10. Колесников, В. Л. Компьютерное моделирование и оптимизация химико-технологических систем: учеб. пособие / В. Л. Колесников, И. М. Жарский, П. П. Урбанович. – Минск: БГТУ, 2004. – 532 с.
11. Андрижиевский, А. А. Моделирование и оптимизация тепло-массообменных процессов: учеб. пособие / А. А. Андрижиевский, А. Г. Трифонов. – Минск: БГТУ, 2005. – 320 с.
12. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики: учеб. для ВТУЗов / С. М. Тарг. – М.: Высш. шк., 1998. – 416 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
1. Общие указания.....	4
2. Программа дисциплины.....	5
2.1. Моделирование технологических процессов и оборудования... 5	
2.1.1. Введение в моделирование.....	5
2.1.2. Физическое моделирование.....	5
2.1.3. Математическое моделирование.....	5
2.1.4. Моделирование типовых технологических процессов... 6	
2.2. Оптимизация технологических процессов и оборудования..... 6	
2.2.1. Общая постановка задач оптимизации.....	6
2.2.2. Методы исследования функций классического анализа... 6	
2.2.3. Линейное программирование.....	6
2.2.4. Нелинейное программирование.....	7
2.2.5. Экспериментально-статистическая оптимизация.....	7
2.2.6. Динамическое программирование.....	7
3. Указания к выполнению контрольной работы.....	8
3.1. Содержание контрольной работы.....	8
3.2. Теоретические вопросы к контрольной работе.....	9
3.3. Задачи к контрольной работе.....	10
Приложение 1.....	22
Приложение 2.....	25
Литература.....	29

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Составители: **Францкевич** Виталий Станиславович
Вайтехович Петр Евгеньевич

Редактор О. П. Соломевич

Подписано в печать 28.09.2007. Формат 60×84¹/₁₆.
Бумага офсетная. Гарнитура Таймс. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 1,9. Уч.-изд. л. 1,9.
Тираж 120 экз. Заказ .

Учреждение образования
«Белорусский государственный технологический университет».
220006. Минск, Свердлова, 13а.
ЛИ № 02330/0133255 от 30.04.2004.

Отпечатано в лаборатории полиграфии учреждения образования
«Белорусский государственный технологический университет».
220006. Минск, Свердлова, 13.
ЛП № 02330/0056739 от 22.01.2004.